

第三章 20 世紀前半量子力學的確立及半導體的應用



Renesas Electronics Corporation.

生產本部技術開發部門

MCU device 開發部 主管技師

奧山 幸祐

量子力學的完成

根據前述記載的量子論，在 20 世紀初人們漸漸接受原子是真實存在的東西，也知道原子是由原子核及周圍具規律性圍繞的電子所構成的。前期量子論是指從 1900 年普朗克發現「量子」開始，至 1924 年德布羅意的「物質波」，再到 1925 年包立的「不相容理論」的這整整 26 年。這 26 年間的發現成為了 19 世紀科學發展上的原動力，更是將世界經濟推向全球化的重要時期。也因為如此，各國的利害關係也複雜了起來，國與國，甚至是多國間的戰爭變得越來越激烈，最後不幸地走向了世界大戰。

亞洲地區以 1900 年發生的義和團事件揭開序幕，中國成了日本等多國的殖民地。1900 年為日本明治 33 年。在 2 年後的 1902 年，俄羅斯積極實施南進政策，並試圖爭奪當時受日本統治的朝鮮半島。在緊迫的狀況之下，日本並與同樣將俄羅斯視為假想敵的英國結盟，史稱日英同盟。而再過 2 年(明治 34 年)，更爆發了日俄戰爭。在戰爭陷入僵局的隔年，波羅的海艦隊經過非洲好望角，接著北上印度洋朝著日本列島前進。一開始發現波羅的海艦隊的信濃丸向總部通報「看見敵艦了！」時所使用的無線電即是日本最初在戰爭中所使用的無線通信技術。在前回所介紹的馬可尼讓無線電通信橫跨太平洋的這後 5 年，即可看出日本在明治維新後對於近代化的積極態度。在這一年，日本軍先是攻破波羅的海艦隊，接著陷入旅順會戰並

在奉天會戰中勝利，最後在日俄戰爭中戰勝了俄國。這是 1853 年培里於浦賀登陸後 52 年(明治維新後 35 年)的事情了。因為這場勝利，日本躍身於世界列強之一。在這樣的時代背景下，量子力學誕生了；而同一年，愛因斯坦也發表了光電效應及狹義相對論，躍上了物理學界的舞台。

在這之後，各國開始興起帝國主義。在 19 世紀之前一直是強國的土耳其，相較於工業革命後興起的歐洲各國來說略顯弱小，因此成了列強國相繼爭奪的目標。首先是原為土耳其領土的巴爾幹半島，受到俄羅斯等國的干涉後遭到瓜分。在瓜分塞爾維亞時，小國之間的結盟與敵對導致了 1912 年的第一次巴爾幹戰爭及 1913 年的第二次巴爾幹戰爭。德國及奧匈等國因垂涎於這片土耳其帝國的領土，最後終於在 1914 年以塞爾維亞青年暗殺奧匈皇太子為由發動戰爭，成為了第一次世界大戰的導火線。直到 1919 年為止的這 5 年間，歐洲陷入了戰爭的水深火熱之中。波耳發表原子模型時正好是戰爭開始的前一年(1913 年)，而索末菲將其原子模型修正並發表索末菲模型的時間正好是戰爭中的 1915 年。1917 年美國宣布參戰。在 1917 年 4 月威爾森總統對德國宣戰後，派遣了大量的軍隊及物資給盟友，確保了盟友國的優勢。而於同年的 11 月，在 20 世紀中葉具有極大影響力的蘇維埃社會主義共和國聯盟成立了。美國在戰前原本為世界第一的債務國，卻因這場戰爭成了最大的債權國，戰後更成為了世界的領導者。日本在第二次世界大戰(1950 年代)後汽車及冰箱才在一般家庭漸漸普及；但美國早在第一次世界大戰後的 1920 年代，汽車及電器等產品便開始普及。量子力學等科學發展也逐漸將舞台從歐洲移至美國。越富裕的國家，其科學及藝術等的文化也將蓬勃發展。第一次及第二次巴爾幹戰爭、兩次的世界大戰皆以歐洲為主要戰

場，美國並未受到影響，再者歐洲迫害猶太人的事件等，讓像愛因斯坦的優秀科學家們紛紛出走美國。在這樣的推波助瀾下，科學發展在1940年前後正式地以美國為中心。

讓我們回到前期量子學，波耳及索末菲的理論在1918年左右時內容就已十分清楚明瞭，在解決原子問題方面也獲得了相當大的成功。科學家們發現以實驗得出的光譜數據為基礎，再利用量子數歸納出能階，便可像解開填字遊戲般找出各種規則性。例如這說明了1890年俄羅斯的德米特里·伊萬諾維奇·門得列夫所提出的元素週期表是有效的，而波耳在1921年將此週期表搭配原子核周圍的電子作說明，並發表了「波耳的週期表」。其實波耳最初是對這個週期表感到興趣才開始研究原子的。而這個週期表到現在仍然被使用，這是物理學的理論被應用在化學理論上的一個實例。

但量子學這個理論並不是萬無一失的，因為要從量子條件中得出精確的能階這件事情是不容易的。除此之外，若沒有考慮到電子間的庫倫力，像氦或是其他擁有2個以上電子的複雜原子等就很難以量子條件來確定它的穩態。且一般穩態會隨電子的移動等因素而改變，照理來說僅用此理論是無法得出原子的穩態的。為了補足這點，科學家們不得不採用古典物理學裡軌道運動圖像的量子條件，將角運動等古典力學的理論與量子條件融合，這就好像在稱作古典論的哥德式地基上佇立著巴洛克風格的塔一般(引用自馬克斯·玻恩)。

到了1920年代，人們開始懷疑原子內有電子隨軌道繞行的圖像是否正確。而使人們產生懷疑的正是「光的散射」。量子論這個理論主要是以光的吸收與釋出為對象在進行的，但在光與電子相互作用的過程中，還有其他的光的散射存在。量子論是否可以好好的處理這個問題是一個關鍵。而這個散射問題也使人們對於波耳所提出的原子內電子軌道運動圖漸失信心。從外部對原子照光，當光的頻率小時會與電子產生碰撞並發生散射；隨著頻率變大散射也會增加，並在特定的頻率得到最大值，也就是所謂的共鳴。在共鳴狀態下的頻率並非軌跡運動的穩態下的頻率，而是和穩態轉化成其他穩態時

所產生的過度狀態的頻率一致。若是波耳對於穩態和過度狀態的想法是正確的，照理來說共鳴的頻率應該要和穩態的頻率一致才對。從這些點來看，波耳所提出的軌道運動，也就是電子在原子周圍被量化的軌道上迴轉的模型，正逐漸崩解中。打破僵局的是3位年輕的科學家。接著要介紹的是1925年、1926年的歐洲，也就是完成量子力學的舞台。

1920年，慕尼黑大學的索默菲·爾德教授底下有三位對物理與化學極具天賦的學生，分別為喜歡登山與鋼琴演奏的德國人—維爾納·海森堡(1925年滿24歲)；社交手腕高超且有名的瑞士花花公子—埃爾溫·薛丁格(1920年滿37歲)；冷靜沉穩，常單獨作研究的修道士學者，英國的保羅·狄拉克(1920年滿23歲)。1925年6月到1926年6月的這12個月內，多虧有海森堡的矩陣力學、薛定諤的波動力學及狄拉克的量子代數等理論發表，方能使量子論從「解釋原子光譜的現象論」昇華為「量子力學」。



2008年10月7日，瑞典皇家科學院選出了3位諾貝爾物理獎的得獎人，分別為南部陽一郎、小林誠及益川敏英。得獎的原因分別為，南部陽一郎先生將「自發對稱破缺」等理論明朗化；而小林先生與益川先生則是在「小林-益川理論」內闡明了「CP對稱破缺」等理論，以上兩者皆是粒子物理學的基礎理論。這邊所說的粒子物理學就是從海森堡、薛丁格及狄拉克等人所確立的量子力學所衍生出來的。特別

是讓這三位得獎的「對稱破缺」理論所提及的「對稱性」就是由狄拉克所發現的。狄拉克提出相較於相對論及量子力學的「粒子」，世界上還存在著「反粒子」的假說，具體來說則是除了擁有負電荷的電子外，也存在著帶有正電荷的正電子。並且於 1930 年提出世界上存在著物質與反物質的對稱性(質量與自旋是相同的，但電荷相反)。正電子是在 1932 年由加州理工學院的卡爾·戴維·安德森所發現的；在這後一年，狄拉克與薛丁格因量子力學的相關研究而共同獲得了諾貝爾獎。

而方才提到的三位諾貝爾獎得主所提出的理論指出自然界正好打破了狄拉克所提出的對稱性。意旨約 140 億年前使宇宙誕生的大爆炸正好打破了狄拉克所提出的對稱性。若是狄拉克的對稱性是正確的話，粒子與反粒子的數量會相同，並在大爆炸中互相碰撞後消失，如此一來星星或是生命將不會存在。在現實世界，粒子與反粒子的比例要是 100 億個比 1 個(粒子較多)，宇宙的萬物才會存在。

南部先生在 1961 年時從超導理論得到靈感，並提出對稱性的自發破缺。在超導現象的 BCS 理論中，將向上自旋的電子與向下自旋的電子配對並埋入金屬內，並發現當電子成對運動時，電阻為零，且可以順暢的流動；而個別運動時電子則會有較大的質量。南部氏生將這個理論應用在宇宙中，並提出若把以光速穿梭且質量為 0 的粒子與反粒子配對並放入宇宙中(宇宙的超導狀態)，將會產生自發對稱破裂，而個別的粒子會得到比實際還要大的質量等概念。而能順暢移動的成對粒子被解釋為較輕的 π 介子。若是在大爆炸後，粒子與反粒子的質量為零，且以光速碰撞又同時保有對稱性，則當宇宙冷卻時，便會對粒子施予使其減速的力，個別的粒子將會產生不同的運動，而這個差別會產生自發性對稱破缺進而產生質量。順道一提，BCS 理論(南部先生所應用的超導現象)的其中一位提唱者正是發明出點接觸型電晶體的約翰·巴丁。巴丁靠著持續研究電晶體實驗獲得了兩座諾貝爾獎。根據南部先生所提出的理論，英國的希格斯預測了希格斯玻色子的存在，因此物質質量的成因應為南部理論 98%，

剩餘的 2% 為希格斯玻色子。

構成物質最基本的粒子為夸克，且在小林與益川二人的理論被提出之前雖然已確認有 3 種類型的夸克，但科學家預測還有另一種種類存在；與此相對，在 1973 年小林與益川的理論中提出夸克共有 6 種種類，且將其配對組合的話將會產生對稱破缺。夸克有 6 種類型的這個理論也在之後被證實。截至 2008 年的諾貝爾獎，日本籍的得獎者共有 8 名。最初獲獎的是在 1949 年的湯川秀樹先生；他於 1943 年發表介子理論，並在 1935 年發表「粒子的相互作用」並預測介子的存在，也因這個研究令他獲得諾貝爾獎。或許是因為有這樣蓬勃發展的研究，窮苦的日本才能在第二次世界大戰前後活躍起來的吧！令人驚訝的是，這位諾貝爾物理學獎得獎者的研究是在半世紀前(還在鎖國階段)的日本完成的。這或許和江戶時期的教育與在日本島國成長的國民精神有關吧！從歷史的角度來看，從室町到安土桃山的戰國時代，日本人便著手研究、製作火繩槍，由此便可看出日本人對於新東西的好奇心及技術研究的國民精神。日本能在明治維新後突飛猛進並在二戰後奇蹟似的復活，或許也都歸功於這樣的國民精神也不一定。

尼爾斯·波耳的人才培育

海森堡及狄拉克這兩位年輕人在與 1913 年發表、到 1918 年成型的波耳·索末菲原子模型的理論相遇後大受感動。他們兩個分別於 20 歲前後(1920 年到 1922 年)在大學期間與這個論文相遇(海森堡為慕尼黑大學，狄拉克為劍橋大學)。

首先要介紹的是海森堡。這個章節參考清木熏翻譯，海森堡參與著作的「物理学に生きて」。我將盡可能忠於原著並希望能如實描寫尼爾斯·波耳這個人。海森堡第一次見到波耳的時候是在 1922 年(大約 21 歲)。當時波爾 37 歲，在德國哥廷根講授自己的理論。那個時候海森堡剛好在研究波耳週期表的相關論文，並向波耳提出雖然論文中寫到有 10 個、20 個甚至是 30 個的電子會沿著各自複雜構造的軌道運轉，但他無法理解到底是如何計算出來的。海森堡當時受到了索末菲的推薦參加了波耳的講座，並

在講座結束後對於波耳寫在黑板上的公式提出了批判性的質問。波耳十分好心的帶著年輕的海森堡到哥根廷郊外的山上一邊散步一邊針對這個議題作討論。對於海森堡來說，與波耳的這場3小時的午後對談對於他的科學生涯有著莫大的影響。海森堡在晚年時也表示那時候與波耳的對談開啟了他的科學家之路。在那時候海森堡在索末菲的研究室時，認為所有的現象一定要計算出結果來，並堅信一定要有精密的計算才能有好的結果。但在波耳複雜的元素週期表的論文中卻一個計算也沒有。波耳通過化學實驗得知各種元素的原子價，根據他的理論「原子的安定性是可以用量子化等方式說明」，他深信透過化學實驗是可以好好說明的。與其說形式上不如說波耳是直覺上看出了這之間的關聯性，他以這些知識為基礎思考出了元素的週期表。海森堡問到：「您真的認為以古典力學為基礎去推算的話，可以得出這樣的結果嗎？」。對於這個質問，波耳回答：「我並不覺得我在畫原子圖時使用到的古典力學的概念是不好的」並說明道：「我們現在身處物理學的新領域，而在這裡以前的概念明顯不適用，否則將無法使原子安定。但另一方面，若要討論原子的話就必須有原子的『語言』，而這個只能參考舊有的概念及用語系統了。因此我們進退兩難並陷入絕望。就像是剛好搭上了前往遙遠國度的船隻一樣，既不知道這艘船要開往何處，也沒聽過船上人使用的語言，更不知道該如何與他們溝通。因此，以古典物理的概念，也就是說以電子運動、速度及能量等範圍來討論的話，我相信我的圖像是正確的，至少我是這麼希望。但這種想法能延用到何時呢？這誰也不知道」。在對話的過程中，海森堡注意到了波耳(量子論的其中一位發現者)對於量子論的難處感到十分懊惱，這對從以前到現在都認為計算至上的海森堡來說是十分新奇的思考方式，這也改變了他到目前為止對於物理學的看法。

另一方面，散步回來的波耳和友人說道：「海森堡他理解所有的事情。現在答案就掌握在他手中，他一定能夠找出解決量子論困難的方法」。很明顯地，波耳注意到了海森堡是擁有稀有才能的物理學家。然後在看到這份天賦的同

時，為了量子論的發展，波耳開始著手培育人才。受到波耳教育薰陶的菁菁學子，除了海森堡之外，還包含包立等數人。

只比波耳年輕2歲的薛丁格就是其中一人。在海森堡發表行列力學的同一年發表波動力學的物理學家就是薛丁格。他雖然提出了波動力學，但他也有段時期無法理解自己所提出的算式的本質。他所提出的波動方程式雖然是參考德布羅意的波動方程式所得出來的，但他自己卻無法理解「量子」這個東西。但即便如此，他所提出的方程式卻成了改變物理學的重要方程式。1926年的夏天薛丁格接受索末菲的委託前去演講時，聽完演講後參加Q & A的海森堡提出了這樣的意見：「我認為會這樣解釋的是連普朗克法則都不理解的人吧？」。在場一位名為威廉·維因的物理學家說道：「原來如此，這位青年你是為量子力學與量子等概念竟被遺忘這件事而感到遺憾對吧？但是等著看吧！薛丁格很快就會解決所有的問題了」。在當時，很多的物理學家認為普朗克及波耳的理論並不完善所以不是很喜歡。海森堡認為他太年輕不適合去說服維因與薛丁格，所以他跑去求助波耳。於是那年的9月波耳便邀請薛丁格去他在哥本哈根的家作客，期間不斷的在薛丁格旁邊對他說：「所以說薛丁格請你務必理解。對，不理解不行的」。最厲害的是，第二天薛丁格因為身體不適臥病在床時，波耳太太送來茶與蛋糕，而波耳則是在床沿寸步不離地彎下腰來持續說道：「但是薛丁格你一定要明白呀！」。聽說即便在波耳熱切說明之後，薛丁格也只是明白了量子力學的解釋問題並沒有想像中的簡單。這樣或許會使波耳被誤認為是十分頑固的人，但其實他是位親切、敦厚且十分優秀的學者。因為他溫文有禮的接納了多位物理學家並耐心地栽培他們，議論量子論的風氣才漸漸形成。



維爾納·海森堡
(晚年)

行列力學

海森堡從 1922 年與波耳散步時的對話裡了解到必須捨棄掉所有古典學的概念，否則波耳所提出的電子軌道將無法進行討論。他以前只專注於可以被觀測的物理理論，

因為波耳的軌道不能直接被觀測，所以他之前並不覺得電子軌道很重要。從 1920 年起先前提到的色散分析(散射)開始活躍了起來；1921 年物理學家拉登堡提出了色散公式(於 1924 年被荷蘭的物理學家克拉末所改良)，在這中間完全去除電子軌道，並運用了波耳早前將原子視為諧振子的原子模型圖。1925 年的 1 月，克拉末與海森堡將色散公式更進化；於同一年海森堡也與他後來所發表的量子力學公式更加靠近。到這邊電子軌道已完全被屏除，海森堡開始聚焦於遷移幅度等問題，相當於矩陣乘法的東西即將登場。

1925 年的春天，海森堡離開哥本哈根回到了馬克斯·玻恩為他準備私人講師的哥廷根去了。在德國的海森堡正為了花粉症和電子軌道而苦惱。為了減緩持續惡化的花粉症症狀，海森堡去了沒有花粉的赫爾戈蘭島(北海)。並在這邊建構出了行列力學的基礎。海森堡一天的時間大致上分為思考量子力學、攀岩及朗讀歌德的詩等三個部分。海森堡在找尋可由實驗所得出的光譜頻率、強度(亮度)與原子的量子數及能量間的暗號。他捨去了波耳的一個軌道，得出了另

外 2 個軌道。在兩個軌道之間遷移的電子狀態包含著各種物力變數，例如：電子座標、速度及運動量等。而得出這兩個軌道的數值並排列組合的話，便會得出如圖 1 成行與列的組合。這樣的組合稱作行列。海森堡堅信理論的建構必須要有可測量的值，而可測量的數值便是這些行列組成的要素，他認為各種要素皆與這兩個軌道有關。

在處理行列式的加法與減法時是有一定的規則的，這時重要的新特徵會出現。將 a 乘以 b 所得出 ab 的結果會與 b 乘上 a 所得的 ba 結果不同。行列式的算法是有嚴格規定的，例如 ab 和 ba 的結果就不同。也就是說，力學變數若是以行列矩陣來表示的話，會滿足 ab 與 ba 結果不同的條件。ab=ba 成立的話稱為「可換」(可互換)；ab≠ba 不成立的話既為「不可換」(無法互換)。

剛開始海森堡在注意到自己的行列式不滿足可換條件時，認為是因為自己的理論有誤，十分動搖。而使他如此動搖的最大原因是因為他不曾想過會有 ab≠ba 不成立的力學變數存在。但這卻成為了海森堡理論裡最重要的關鍵。當海森堡將運動量(p)與平衡點間的位移量(x)的力學變數組合視為「不可換」時，最後會得出和波耳一樣的量化理論。並發現 $px - xp$ 不會等於零；且 $i\hbar$ 成立(這邊的 \hbar 為 $h/2\pi$ 且 i 為虛數的-1 平方根)。

海森堡於 6 月 19 日回到哥廷根，並將此結果與他的摯友兼重要評論家的包立分享。當確認包立的反應不錯後，就讓馬克斯·玻恩也看了這篇論文。馬克斯·玻恩看這篇論文看到忘我，不分晝夜地思考著這奇妙的乘法規則；在 7 月 10 日的早晨，他意識到海森堡的奇妙的乘法法則

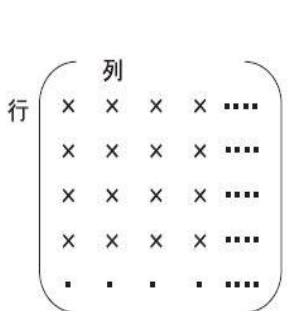


圖 1 行列式

$$f_{n,m} = \begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} & f_{14} & \dots \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} & f_{24} & \dots \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} & f_{34} & \dots \\ f_{41} & f_{42} & f_{43} & f_{44} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \quad P = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} & P_{14} & \dots \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} & P_{24} & \dots \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & P_{34} & \dots \\ P_{41} & P_{42} & P_{43} & P_{44} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} \quad X = \begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{13} & X_{14} & \dots \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} & X_{24} & \dots \\ X_{31} & X_{32} & X_{33} & X_{34} & \dots \\ X_{41} & X_{42} & X_{43} & X_{44} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

(a)發射光譜的頻率行列式

(b)運動量 p 的行列式

(c)位移量 x 的行列式

$px - xp = i\hbar I$ (量子條件)
 $\hbar: h/2\pi$
 i : 虛數, -1 的平方根
 I : 如下的單位行列式

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

圖 2 無限矩陣與量子條件

正式矩陣計算法。他們立刻與曾是行列要素專家的天才學生帕斯庫爾·約當一起投入研究並將其翻譯成行列式系統的語言，完成了行列力學。依此理論的話，發射光譜的頻率將會是無限矩陣，如圖 2(a)所示。依照海森堡的想法，擁有運動量 $p(t)$ 和位移量 $x(t)$ 的數個傳感器會以不同的頻率震動，因此會成為無限矩陣，如圖 2(b)(c)。這個新的理論雖難以計算，也很難將電子狀態視覺化，但卻可以正確計算出能階。



埃爾溫·薛丁格

波動力學

另一方面，薛丁格的波動力學是他與海森堡各別研究，他自己完成的另一種型態的量子力學。這個理論是根據德布羅意的研究。德布羅意率先

導入了「物質波」的概念且證明了波粒二象性；這個函數普通用 ψ (英文為 psi) 表示，以一個粒子來說， ψ 等於粒子的 3 個座標 (x_1 、 x_2 、 x_3) 與時間 t 及函數 $\psi(x_1, x_2, x_3, t)$ 。德布羅意創造了可用 ψ 表示的波的方程式。由此波動方程式得知，若取得朝一定方向前進且具有一定值震動數的平面波，則此平面波一定有對應的運動量與能量粒子。

德布羅意的理論只適用於不受力的粒子，但薛丁格將其一般化，使他也能適用於磁場中受到磁力影響而運動的電子。圖 3 所示為 1925 年 12 月薛丁格所發表的波動方程式。薛丁格是個出名的花花公子，他對愛情感興趣的程度遠比對物理學的研究還多，更從中獲得無比的刺激與樂趣；波動力學也是他在 1925 年的聖誕假期

中在瑞士阿羅薩，一間他喜愛的浪漫旅店內，進行火熱幽會時所想出來的。在幽會的過程中他不斷思考著「波」，結果便思考出他此生最重要的發現。這個理論最初被認為是與海森堡的行列力學完全不同的東西，但在發表後的 2~3 個月之後薛丁格卻表示這其實是外觀不同本質相同的理論。 ψ 本身在海森堡的理論裡是沒有出現過的，後來是因為薛丁格的研究才導入量子力學。波動的函數有一個狀態，大概可以對應到波耳的穩態。當從一個波動函數變遷到別的波動函數時，連結兩個狀態的即是運算子，而根據薛丁格的理論，作用於 ψ 的運算子即是運動量演算子 p ，並以偏導數 x 的 $(-i\hbar)$ 倍表示即為 $-i\hbar\partial/\partial x = p$ 。這個運算子的關係被判斷與海森堡理論的 $xp - px = i\hbar$ 是等價的，也證明了薛丁格的理論與海森堡的理論是等價的。

ψ 是代表著什麼呢？要如何解釋成了大家討論的話題，而在 1926 年的夏天馬克斯·玻恩提出了淺顯易懂的解釋。這個方法是以波動函數 ψ 表示在狀態 n 下的電子朝方向 m 進行散射時的機率振幅，某種意義來說是電子本身的波的強度。所以 ψ 的絕對值的平方，也就是 $|\psi|^2$ ，便可表示粒子的存在機率。這邊指機率是指量子力學一般解釋下的機率。根據一般解釋，電子存在於一定的時間及場所的機率是可被計算出來的，除此之外也可以計算出電子所產生的反應。換句話說，雖然可以用新的力學、量子力學來計算機率，但要像牛頓力學這樣計算出在什麼時間的什麼場合下電子確實存在等是有困難的。而就算結果表示存在實際上也有可能不存在，量子力學所代表的就是存在的機率大概為幾%。

玻恩用波動函數計算出氫原子的電子狀態，如圖 4 所示。與波耳的電子軌道相比，玻恩的

電子存在機率以原子核周圍的電子雲表示，這使原子模型又前進了一大步。

量子代數

1925 年的夏天，海森堡在劍橋的卡比撒

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - V) \psi = 0$$

薛丁格的波動

圖 3 薛丁格的波動方程式

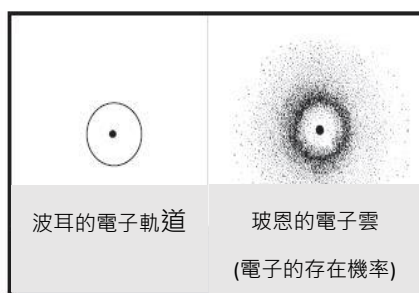


圖 4 氫原子的基本狀態

俱樂部(直譯)演講完後，將尚未出版的原稿影本交給了招待自己的拉爾夫·福勒。交給馬克斯·玻恩的也是相同的東西，那是針對嶄新概念所寫的論文。福勒在論文影本上註明「針對這份論文，我相聽聽你的想法」，並將此影本交給了保羅·狄拉克。隨後狄拉克也忠誠的跟隨這個指示。



保羅·狄拉克

在 44 年的物理學家生涯當中，狄拉克一直是獨自做研究。連研究像海森堡論文這樣一個嶄新的觀點，他也是一個人。在先前的文章內有提到，玻恩和約旦一邊

做研究一邊建立系統，並將其成果翻譯成行列式的語言，完成了行列力學。狄拉克也遇到了一樣的問題。對於這個問題，狄拉克使用牛頓的方程式，並發現 ab 和 ba 的結果並不不同的這個計算規則(與行列力學相符)。然後他沿用了從當時回溯將近 100 年前天才數學家哈密頓的數學法。哈密頓當時研究了牛頓的方程式，並將其與拉格朗的方式整理後創造了他自己特有的方程式。這個方程式能簡單的將不可換的方程式一般化。哈密頓形式的方程式可利用一種括號(帕松括號)作改寫。帕松括號一般是寫作 $\{a, b\}$ (省略括弧中式子的定義)。狄拉克在某個禮拜天想到帕松括號這個方法，但卻一時忘記帕松括號的定義，心急的他便分分秒秒期待著禮拜一圖書館的開門。在這之後，他也證實了這個帕松括號跟接下來的值是相對應的(與括弧中的式子定義的形式十分相像)。這個值就是 $(ab-ba) / (i\hbar)$ ，將 $ab-ba$ 除以 $i\hbar$ 所得到的值。哈密頓形式的方程式中，依據帕松括號 $\{a, b\} \rightarrow$

$(ab-ba) / (i\hbar)$ 的交換關係將 $ab-ba$ 換置，便可將古典力學裡所有不可換的方程式改寫為新的乘法方程式。這個方程式不只適用於海森堡的量子力學，並給了狄拉克與玻恩等人完全不同的新方法(代數)來解開問題，也因此成功地導入量子力學。狄拉克使用這個轉型理論，在

1926 年 9 月發表自己的理論並強調與海森堡、薛丁格等人的量子力學是相互全等的。

狄拉克在這之後不只完成了新的量子電動力學，也成功地使狹義相對論與薛丁格的波動方程式重整化。量子電動力學是指使量子力學與馬克士威的電磁理論擁有整合性，並以此建立出量子場論的知識體系。該賦予光子粒子行為或是波動行為等，這個理論給予了一個良好的框架。此外歸功於波動方程式與相對論的重整化，狄拉克方程式也於 1928 年完成；他於 1930 年提出反物質假說並提倡電子的反物質—陽電子的存在。這個陽電子在前段也有介紹，它在 1932 年被發現，同時也證實了狄拉克的假設，並成為粒子物理學的基礎。



針對哥本哈根詮釋進行議論的波耳及愛因斯坦

神的賭注？

1927 年，海森堡發表了另一個和行列力學一樣重要的發現—不確定性原理；若同時觀察運動量(p)和位置(x)這兩個值的話，雙方的變化量(不確定性： Δp 、 Δx)的乘積會大於或等於普朗克常數 h ($\Delta p \cdot \Delta x \geq h$)。在同一年，波耳提出雖然波動與粒子的性質是具有排他性的，但若是能正確地把握物質性質的話，這兩者都是必須的。這就是所謂的互補原理。物質是具有粒子行為或是波動行為等，必須透過測試來決定。將這些概念與玻恩的機率表述相融合，是量子力學的關鍵。這些討論和解釋是在以波耳為首的哥本哈根進行的，因此被稱為哥本哈根詮釋。而愛因斯坦對上述想法和論述感到不以為然。他認為理論應該是依靠事物本身去記述的，而不是靠著事物發生的機率去記載。愛

因斯坦堅信：「善良的天神是不會擲骰子的」。他認為靠著觀測者所見來決定實驗結果的這件事是不合理的，就好像抬頭看秋天的夜空，看到一輪滿月在眼前，當閉上眼再張開時，看不見月亮了，就認為月亮不存在一樣。1927年10月的索爾維會議針對這個問題進行了一番論戰。愛因斯坦和波耳說：「我討厭機率論。而玻恩及海森堡還有你自己所提出的理論，只能說具有啟發的參考價值」。愛因斯坦想藉由攻擊不確定性原則這個基礎理論，來摧毀哥本哈根詮釋。他希望透過卓越的思考辯論，來揭發出海森堡原理的矛盾點。但波耳在這個時候看出了愛因斯坦思考中的弱點，反而漂亮地回了一擊。不過愛因斯坦並沒有因此就打算放棄。這個論戰在愛因斯坦的有生之年都持續不斷。隔兩年，狄拉克說道：「以最終而言，愛因斯坦難道不正確嗎？現階段能接受哥本哈根詮釋是因為目前量子力學尚未完成，若未來當量子力學被改善，愛因斯坦的觀點也會正當化吧！到那時候，我們也將丟棄現在所深信的這些理論也不一定」。

量子力學在半導體的應用

到了1926年，雖然不具決定性，但量子力學這個能表述原子中電子狀態的學問完成了。也就是說能計算出原子周圍電子的存在機率及能階的基礎學問完成了。而將量子力學應用在半導體產業上是從1927年以後開始的。在1926年前，量子力學只是針對單原子的理論，但為了將半導體實際應用在工業上，學者們必須要掌握多原子結晶(例：矽)中的電子行為(電子的能階及分布機率)，還有結晶中電子移動的難易度等。除此之外，半導體裝置並不是單純由半導體所構成的，是由三個具導電元素的導電體(金屬)所構成的。而在量子力學普及的1930年代，要得出絕緣體、半導體及導體的特性與電子、電洞行為已不是難事，半導體物理學也將趨於系統化。

以1928年美國的費利克斯·布洛赫所提出的電子能帶與金屬傳導理論為首；1930年德國的佩爾斯及法國的布里淵也提出能帶理論；接著是1931年英國的哈羅德·A·威爾遜從量子力學衍生

出的威爾遜模型、德國的華格納所提出的半導體傳導理論(華格納擴散理論)、以及同樣是德國人的華特·蕭特基所提出的蕭特效應提升了半導體金屬的接觸效率；1932年蘇聯的潭(音譯)指出表面態的存在；然後又一次的，1934年英國的齊納提出內部高電子場所導致的發射效應(齊納效應)；1938年蕭特基再次發表了蕭特基屏障(空乏層)等概念，同年蘇聯的大衛杜夫發明了促成PN接合理論的圓形Cu₂O整流器(大衛杜夫pn整流模型)；1939年發明電晶體的關鍵人物之一的威廉·肖克利開始研究表面態的理論，同一年英國的莫特和方才介紹的蕭特基分別提倡擴散整流理論等等，歸功於以上的學者們，在1939年第二次世界大戰爆發前，以量子力學為基礎的半導體物理學已漸成氣候。而在1930年後半以礦石探測器為主的半導體裝置開發也間接支持了這些理論的研究，更因此加速了工業化。在前面也有提到，為了提升戰爭用雷達收信器的性能，學者們紛紛投入礦石探測器的研究，也讓半導體的研究蓬勃發展。而隨著戰爭結束，學者們的研究舞台也從歐洲轉移到了美國。特別是貝爾研究所裡發明電晶體的研究團隊。首先，在1946年美國的布拉頓，電晶體發明者之一，提出了p型半導體和n型半導體接觸後的整流現象；接者邁耶霍夫提出接觸電位差和功函數差的不一致，強調表面態的重要性；之後班澤(音譯)提出了半導體表面層的概念。1947年另一位電晶體發明者巴丁在金屬~半導體整流理論裡提及表面態的假說，布拉頓、肖克利對表面態的驗證與密度的推定以及從美國來的報告也正持續發酵；同一年波蘭的索斯諾斯基(音譯)在PbS的實驗結果中導入PN接面的概念並發表此理論，隨後美國的班澤(音譯)運用Ge的PN接面證實了索斯諾斯基的理論；1948年肖克利與皮爾遜持續驗證表面態及FET先驅的實驗，最終與布拉頓、巴丁共同發現了點接觸型的電晶體，也促使肖克利於日後提出接合型電晶體的專利申請。在完成量子力學的22年後，由量子力學所衍生出的半導體威爾遜模型被提出後的第17年，半導體產業的主角—電晶體終於問世。

接下來，將以1930年代半導體物理學的形成

到發明電晶體的時代背景為中心，一同來探討
「半導體裝置的破曉」。
